



## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

# Matemàtiques

## Sèrie 1

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Trobeu l'equació general (és a dir, de la forma  $Ax + By + Cz + D = 0$ ) del pla que

conté la recta  $r_1: \frac{x-1}{2} = y = 2-z$  i és paral·lel a la recta  $r_2: \begin{cases} x-y-z=0 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$ .

[2 punts]

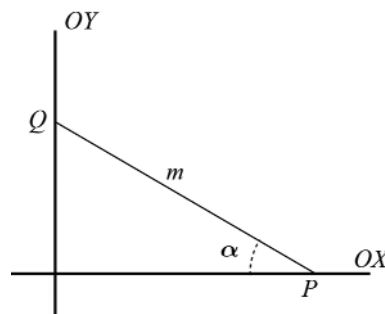
2. Donat el sistema d'equacions lineals 
$$\begin{cases} x+2y-z=-1 \\ 2x+y+z=4 \\ x-y+(p-3)z=5 \end{cases}:$$

a) Estudieu-ne el caràcter (és a dir, si és compatible o no i si és determinat o no) en funció del paràmetre  $p$ .

b) Comproveu que si  $p \neq 5$  la solució del sistema no depèn del valor d'aquest paràmetre.

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

3. Un segment de longitud fixada  $m$  recolza sobre els eixos de coordenades. Calculeu el valor de l'angle  $\alpha$  que forma el segment amb l'eix  $OX$  perquè el triangle rectangle determinat pel segment amb els eixos i del qual  $m$  és la hipotenusa tingui àrea màxima. Comproveu que es tracta realment d'un màxim.



[2 punts]

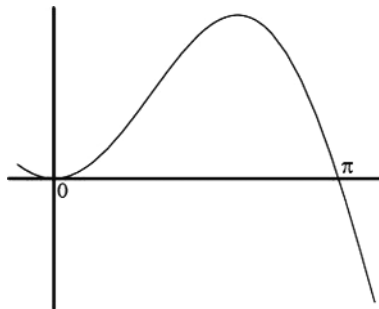
4. Donades les rectes  $r_1: \frac{x+5}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-4}$  i  $r_2: \begin{cases} 2x + y + 2z + 5 = 0 \\ 2x - y + z + 11 = 0 \end{cases}$ :

**a)** Comproveu que són paral·leles.

**b)** Trobeu l'equació general (és a dir, de la forma  $Ax + By + Cz + D = 0$ ) del pla que les conté.

[1 punt per cada apartat]

5. La gràfica de la funció  $f(x) = x \cdot \sin(x)$  és la següent:



**a)** Trobeu-ne una primitiva.

**b)** Aplicant el resultat de l'apartat anterior, calculeu l'àrea del recinte limitat per la gràfica de la funció  $f(x)$  i l'eix d'abscisses des de  $x = 0$  fins a  $x = \pi$ .

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

6. Sigui  $A = \begin{pmatrix} x & 3 \\ -2 & y \end{pmatrix}$ . Trobeu els valors de les variables  $x$  i  $y$  perquè es compleixi que

$$A^2 = A.$$

[2 punts]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

---

### Matemàtiques

#### Sèrie 4

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

- Donats el pla  $\pi: x + 2y + 3z - 4 = 0$  i els punts  $P = (3, 1, -2)$  i  $Q = (0, 1, 2)$ :
  - Calculeu l'equació contínua de la recta perpendicular al pla  $\pi$  que passa pel punt  $P$ .
  - Calculeu l'equació general (és a dir, de la forma  $Ax + By + Cz + D = 0$ ) del pla perpendicular a  $\pi$  que passa pels punts  $P$  i  $Q$ .[1 punt per cada apartat]
- Considereu la igualtat matricial  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ .
  - Comproveu si les matrius  $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$  compleixen o no la igualtat anterior.
  - En general, donades dues matrius qualssevol  $A$  i  $B$  quadrades del mateix ordre, expliqueu raonadament si hi ha alguna condició que hagin de complir perquè la igualtat de l'enunciat sigui certa.[1 punt per cada apartat]
- Sigui  $P(x) = ax^2 + bx + c$  un polinomi qualsevol de segon grau.
  - Trobeu la relació existent entre els paràmetres  $a$ ,  $b$  i  $c$  sabent que es compleix que  $P(1) = 0$  i  $P(2) = 0$ .
  - Quan es compleix la condició anterior, indiqueu quins valors pot tenir  $P'(3/2)$ .[1 punt per cada apartat]

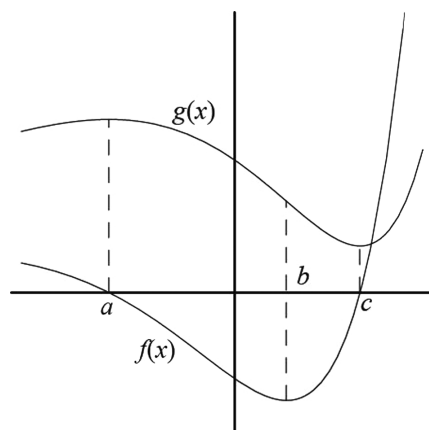
4. Hem escalonat la matriu ampliada d'un sistema d'equacions lineals,  $A \cdot X = b$ , i hem obtingut:

$$(A|b) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 2 \\ 0 & a+2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & a-1 & 3 \end{array} \right)$$

- a) Discutiu aquest sistema en funció del paràmetre  $a$ .  
 b) Resoleu-lo quan  $a = 2$ .

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

5. En la figura següent es representen dues funcions. L'una és la derivada de l'altra. Decidiu si la funció  $f(x)$  és la derivada de la funció  $g(x)$  o és a l'inrevés, estudiant què passa en els punts  $x = a$ ,  $x = b$  i  $x = c$ .



[2 punts]

6. Siguin  $\vec{u}_1 = (-1, 3, 2)$ ,  $\vec{u}_2 = (2, -1, 4)$  i  $\vec{u}_3 = (a + 1, a - 1, 4a + 2)$  tres vectors de l'espai vectorial  $\mathbb{R}^3$ .  
 a) Trobeu el valor del paràmetre  $a$  per al qual el vector  $\vec{u}_3$  és combinació lineal dels vectors  $\vec{u}_1$  i  $\vec{u}_2$ .  
 b) Comproveu que per a  $a = 0$  el conjunt  $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$  és linealment independent.

[1 punt per cada apartat]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

# Matemàtiques

## Sèrie 5

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Considereu un sistema qualsevol de dues equacions amb tres incògnites. Responeu raonadament a les qüestions següents:

**a)** És possible que el sistema considerat sigui compatible determinat?

**b)** Pot ser incompatible?

[1 punt per cada apartat]

2. Donats el punt  $P = (1, 0, -2)$  i la recta  $r: \frac{x-5}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+3}{-3}$ :

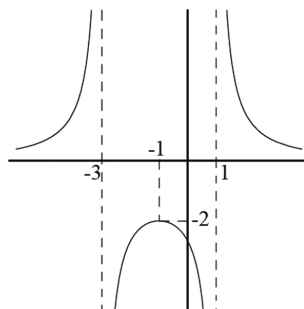
**a)** Trobeu l'equació contínua de la recta que passa pel punt  $P$  i talla perpendicularment la recta  $r$ .

**b)** Calculeu la distància del punt  $P$  a la recta  $r$ .

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

3. Determineu el valor dels paràmetres  $a$ ,  $b$  i  $c$  perquè la gràfica de la funció

$f(x) = \frac{a}{x^2 + bx + c}$  sigui la següent:



[2 punts]

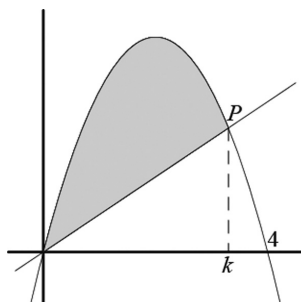
4. Siguin  $A$ ,  $B$  i  $C$  matrius quadrades d'ordre  $n$ .
- a)** Expliqueu raonadament si és possible que  $\det A \neq 0$ ,  $\det B \neq 0$  i  $\det (A \cdot B) = 0$ .  
Si és possible, poseu-ne un exemple.
- b)** Si sabem que  $\det A \neq 0$  i que  $A \cdot B = A \cdot C$ , expliqueu raonadament si podem assegurar que  $B = C$ .
- [1 punt per cada apartat]

5. Siguin  $r$  i  $s$  dues rectes d'equacions

$$r: (x, y, z) = (-4, 3, 4) + t(2, -1, 1), \quad s: x + 1 = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-a}{3}.$$

- a)** Trobeu el valor del paràmetre  $a$  perquè aquestes rectes es tallin.
- b)** En el cas en què es tallen, trobeu l'equació general (és a dir, de la forma  $Ax + By + Cz + D = 0$ ) del pla que les conté.
- [1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

3. En la figura es mostra la corba  $y = x(4 - x)$  i una recta  $r$  que passa per l'origen i talla la corba en un punt  $P$  d'abscissa  $k$ , amb  $0 < k < 4$ .



- a)** Trobeu l'àrea ombrada, delimitada per la corba i la recta, en funció de  $k$ .
- b)** Trobeu per a quin valor de  $k$  l'àrea de la regió ombrada és la meitat de l'àrea del rectangle limitat per la corba i l'eix OX.
- [1 punt per apartat]

